

التصحيح النموذجي لمقياس الإحصاء 04

التمرين الأول: (6 نقاط)

X : م ع يمثل توتر الحبال.

$$n = 07 \quad c = 0,95 \Rightarrow \alpha = 1 - 0.95 = 0.05$$

بما أن $n < 30$ و توزيع المجتمع غير طبيعي، فتوزيع المعاينة للوسط يقترب من توزيع ستودنت بدرجة حرية (6).

$$X \sim N(\mu_X; \sigma_X^2)$$

- إيجاد فترة الثقة 0.95 لمعدل درجة التلوث.

$$\mu_X \in \bar{X} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- متوسط العينة:

$$\bar{X} = \sum \frac{X_i}{n} = \frac{324+341+305+255+259+261+292}{7} = 291$$

- الانحراف المعياري للعينة:

$$s^2 = \sum \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{(324-291)^2 + (341-291)^2 + \dots + (292-291)^2}{6} = 1167.66$$

$$\Rightarrow s = 34.17$$

- إيجاد قيمة $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ بدرجة حرية 6

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0,05}{2} = 0.975$$

من جدول توزيع ستودنت نجد: $t_{0.975} = 2.447$

$$\mu_X \in 291 \pm 2.447 \cdot \frac{34.17}{\sqrt{7}} \Rightarrow \mu_X \in [259.396; 322.603]$$

لو كررنا هذه التجربة 100 مرة سنحصل على 95 مرة أن متوسط توتر الحبل يكون محصورة بين 259.396 و 322.603.

التمرين الثاني (7 نقاط):

X : م ع يمثل أوزان قارورات إحدى المشروبات الغازية.

لدينا: $n = 48$ $\sigma_X = 14$ $\mu_X = 135$

بما أن حجم العينة أكبر من 30، و حسب نظرية النهايات المركزية فإن توزيع المعاينة للمتوسط يتبع التوزيع الطبيعي، حيث:

متوسط الحسابي لتوزيع المعاينة \bar{X} .

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_X = 135$$

حساب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للمتوسط. بما أن المجتمع غير محدود، نجد:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{14}{\sqrt{48}} = 2.02$$

و عليه يكون توزيع المعاينة للمتوسط:

$$\bar{X} \sim N(\mu_{\bar{X}}; \sigma_{\bar{X}}^2) \Rightarrow \bar{X} \sim N(135; (2.02)^2)$$

حساب نسبة الصناديق المرفوضة:

$$\begin{aligned} P\left(\bar{X} < \frac{6240}{48}\right) &= P(\bar{X} < 130) \\ &= P\left(Z < \frac{130-135}{2.02}\right) \\ &= P(Z < -2.47) \\ &= 1 - P(Z < 2.47) \\ &= 1 - 0.9932 = 0.0068 \end{aligned}$$

نسبة الصناديق المرفوضة 0.68%

التمرين الثالث: (7 نقاط)

X: م ع يمثل وقت إنتظار عملاء البنك.

$\bar{X} = 28$ $n = 25$ $S = 10$ $\alpha = 0.05$

صياغة الفرضية الإحصائية:

$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 30 \\ H_1: \mu < 30 \end{cases}$$

بما أن حجم العينة $n > 30$ و إنحراف المجتمع مجهول ، فتوزيع المعاينة للمتوسط يتبع توزيع ستودنت بدرجة حرية (24).

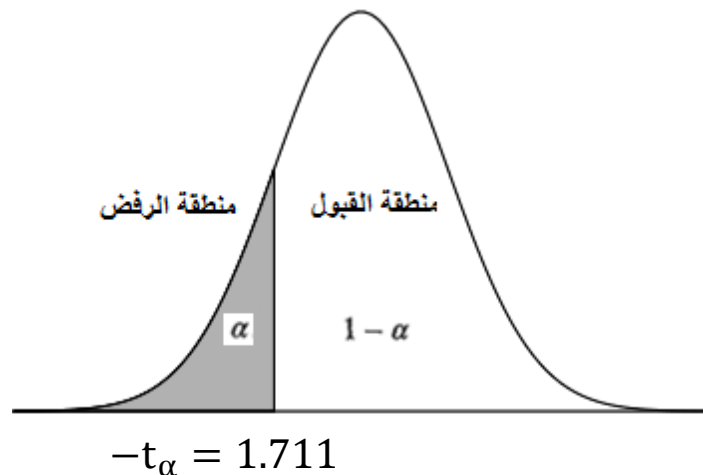
إحصاء الاختبار هو:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{28 - 30}{10/\sqrt{25}} = -1$$

اختبار من الطرف الأيسر، و القيمة الحرجة هي:

$$-t_{\alpha}(24) = -t_{0.05}(24) = -1.711$$

الشكل (17-4): يوضح اختبار الفرضية ذا الطرف الأيسر



نقارن الآن قيمة t المحسوبة مع قيمة t الجدولية:

$$t > -t_{0.05}$$

إذن إحصائية الاختبار t تقع في منطقة القبول. لذا نقبل H_0 أي أن وقت انتظار العملاء في البنك طويل بسبب الازدحام و المتوسط لا يقل عن 30 دقيقة بدرجة ثقة 95%.